2026 CANPOINT®

物流码 QPG0001377

·全心全意 品质为真·

服务热线：4000-555-100

CONTENTS

增分加练
数学
RJA

绿色印刷产品
印刷质检码20257200

重点强化练(一) 不等式的性质与基本不等式

一、选择题:本题共 8 小题. 在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是正确的.

1. [2025·四川遂宁模拟] 若 $a>1$,则 $4a+\frac{1}{a-1}$ 的最小值为 ( )

A. 4　　B. 6

C. 8　　D. 无最小值

2. [2024·河北唐山一模] 已知函数 $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x-2}}$,则 $f(x)$的最小值为 ( )

A. 0　　B. 2

C. $2\sqrt{2}$　　D. 3

3. [2025·江苏宿迁调研] 若 $a>0,b>0,a+2b=3$,则$\frac{3}{a}+\frac{6}{b}$的最小值为 ( )

A. 9　　B. 18

C. 24　　D. 27

4. 对于任意实数 a,b,“$a^2+b^2>2ab$”是“$a^2>b^2$”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. [2024·人大附中三模] 已知 $x,y\in\mathbf{R}$,且 $x>y$,则 ( )

A. $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}<0$

B. $\tan x-\tan y>0$

C. $\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^x-\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^y<0$

D. $\ln|x|-\ln|y|>0$

6. [2024·福州一模] 已知实数 x,y 满足 $3xy+y^2=1,y>0$,则 $2x+y$ 的最小值是 ( )

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

C. $2\sqrt{2}$　　D. $3\sqrt{2}$

7. [2024·山东新高考联盟模拟] 已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0(a,b,c\in\mathbf{R})$的解集为$(-4,1)$,则$\frac{c^2+9}{a+b}$的取值范围为 ( )

A. $[-6,+\infty)$　　B. $(-\infty,6)$

C. $(-6,+\infty)$　　D. $(-\infty,-6]$

8. [2024·山东淄博二模] 记 $\max\{x,y,z\}$表示 x,y,z 中最大的数. 已知 x,y 均为正实数,则 $\max\left\{\frac{2}{x},\frac{1}{y},x^2+4y^2\right\}$的最小值为 ( )

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1

C. 2　　D. 4

班级

姓名

答题卡

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	

二、选择题:本题共 3 小题.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.

9. [2024·安徽淮北质检] 已知 $a,b,c\in\mathbf{R}$,下列命题为真命题的是 ( )

A. 若 $a>b>c$,则 $a+b>c$

B. 若 $a>b>|c|$,则 $a^2>b^2>c^2$

C. 若 $a<b<c<0$,则 $\frac{c}{a}>\frac{c}{b}$

D. 若 $a>b>c>0$,则 $\frac{b}{a}<\frac{b+c}{a+c}$

10. [2024·深圳南山区模拟] 下列命题中,为真命题的是 ( )

A. $\forall x>0,x+\frac{1}{x}\geqslant 2$

B. $\exists x<0,x+\frac{1}{x}>-2$

C. $\forall x>0,\frac{x}{1+x^2}\geqslant\frac{1}{2}$

D. $\exists x<0,\frac{x}{1+x^2}\leqslant-\frac{1}{2}$

11. [2024·湖南邵阳三模] 若正实数 x,y 满足 $2x+y=xy$,则 ( )

A. $xy\leqslant 8$

B. $8x+y\geqslant 18$

C. $\frac{1}{x^2}+\frac{4}{y^2}\geqslant\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{x-1}+\frac{1}{y-2}\geqslant\sqrt{6}$

三、填空题:本题共 3 小题.

12. [2024·重庆渝中区模拟] 已知 $x>0,y>0$ 且 $x+2y=1$,则 $\log_2 x+\log_2(2y)$ 的最大值为________.

13. [2024·江西宜春三模] 已知 $x>0,y>0$,且满足 $4x^2+9y^2+6xy-3=0$,则 $2x+3y$ 的最大值为________.

14. [2025·江苏南通模拟] 以 $\max M$ 表示数集 M 中最大的数.设 $0<a<b<c<1$,已知 $b\geqslant 2a$ 或 $a+b\leqslant 1$,则 $\max\{b-a,c-b,1-c\}$ 的最小值为________.

重点强化练(二) 函数图象与性质

一、选择题:本题共 8 小题.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是正确的.

1. [2024·四川南充二模] 已知函数 $f(x)=\dfrac{3}{x}$,则函数 $y=f(x-1)+1$ 的图象 ( )

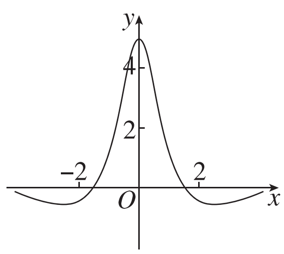
A. 关于点(1,1)对称

B. 关于点(−1,1)对称

C. 关于点(−1,0)对称

D. 关于点(1,0)对称

2. [2023·天津卷] 函数 $f(x)$的部分图象如图所示,则 $f(x)$的解析式可能为 ( )



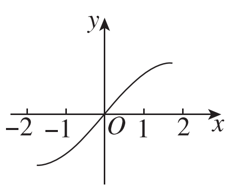
A. $f(x)=\dfrac{5(e^x-e^{-x})}{x^2+2}$

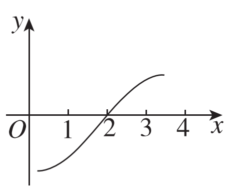
B. $f(x)=\dfrac{5\sin x}{x^2+1}$

C. $f(x)=\dfrac{5(e^x+e^{-x})}{x^2+2}$

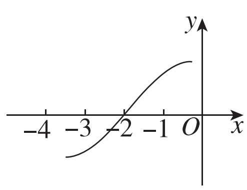
D. $f(x)=\dfrac{5\cos x}{x^2+1}$

3. 若函数 $y=f(x)$的图象如图所示,则函数 $y=f(2-x)$的图象为 ( )

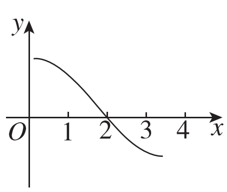




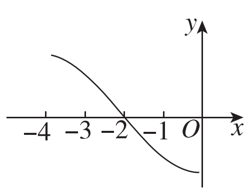
A



B

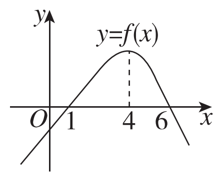


C



D

4. [2024·江苏常州模拟] 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$的图象如图所示,$f(x)$的导函数为 $f'(x)$,则$\dfrac{f'(x)}{f(x)}>0$ 的解集为 ( )



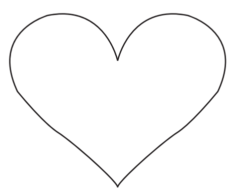
A. (1,6)

B. (1,4)

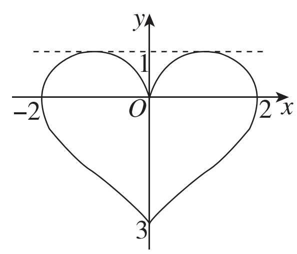
C. $(-\infty,1)\cup(6,+\infty)$

D. $(1,4)\cup(6,+\infty)$

5. [2024·河南实验中学模拟] 如图①,心形代表浪漫的爱情,人们用它来向所爱之人表达爱意.一心形作为建筑立面造型,呈现出优雅的弧度,心形木屋融入山川、河流、森林、草原,营造出一个精神和自然聚合的空间.图②是由此抽象出来的一个"心形"图形,这个图形可看作由两个函数的图象构成,则"心形"在 x 轴上方的图象对应的函数解析式可能为 ( )



①



②

A. $y=|x|\sqrt{4-x^2}$

B. $y=x\sqrt{4-x^2}$

C. $y=\sqrt{-x^2+2|x|}$

D. $y=\sqrt{-x^2+2x}$

6. 已知函数 $f(x)$满足 $f(x)\geqslant|x|$且 $f(x)\geqslant 2^x$,$x\in\mathbf{R}$,则下列说法正确的是 ( )

A. 若 $f(a)\leqslant|b|$,则 $a\leqslant b$

B. 若 $f(a)\leqslant 2^b$,则 $a\leqslant b$

C. 若 $f(a)\geqslant|b|$,则 $a\geqslant b$

D. 若 $f(a)\geqslant 2^b$,则 $a\geqslant b$

7. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}h(x)(x<0),\\-\left(\frac{1}{e}\right)^{x}-1(x\geqslant 0),\end{cases}$ 将函数 $h(x)$ 的图象向左平移一个单位长度，再向上平移一个单位长度后得函数 $y=-\frac{4}{x}$ 的图象. 若 $f(x+2)<f(x^2)$，则实数 x 的取值范围是　（　）

A. $(-1,2)$

B. $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

C. $[-2,-1)\cup(2,+\infty)$

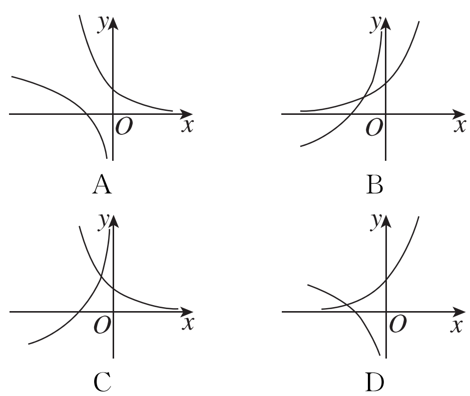
D. $(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$

8. ［2024・石家庄模拟］已知函数 $f(x)=|2x-1|$，则曲线 $y=f[f(x)]$，$x\in[0,1]$ 与直线 $y=1$ 围成的封闭图形的面积为　（　）

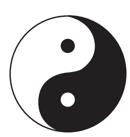
A. $\frac{1}{4}$　B. $\frac{1}{2}$　C. 1　D. 2

二、选择题：本题共 3 小题. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.

9. ［2024・辽宁部分学校联考］已知 $a>0$ 且 $a\neq 1$，$b>0$ 且 $b\neq 1$，$a^{x}=b^{-x}$，函数 $y=\log_a(-x)$ 与 $y=b^{x}$ 的图象可能是　（　）



10. ［2024・江苏盐城模拟］中国传统文化中很多内容体现了数学的对称美，如图所示的太极图是由黑白两个鱼形纹组成的圆形图案，充分展现了相互转化、对称统一的形式美与和谐美. 给出定义：在平面直角坐标系 xOy 中，能够将圆心位于坐标原点的圆 O 的周长和面积同时平分的函数称为这个圆的“优美函数”. 给出下列说法，其中说法正确的是　（　）



A. 对于任意一个圆 O，其“优美函数”有无数个

B. 函数 $f(x)=\log_2(x+\sqrt{x^2+1})$ 可以是某个圆的“优美函数”

C. 余弦函数 $y=\cos x$ 可以同时是无数个圆的“优美函数”

D. 函数 $y=f(x)$ 是“优美函数”的充要条件为存在 $a,b\in\mathbf{R}$，使得 $f(a+x)+f(a-x)=2b$，$x\in\mathbf{R}$ 恒成立

11. 已知 $f(x)=e^{x}$，$g(x)=e^{-x}$，若直线 $x=k(k>0)$ 与 $f(x)$，$g(x)$ 的图象交点的纵坐标分别为 n，m，且 $n<2m$，则　（　）

A. $n+m<\frac{3\sqrt{2}}{2}$

B. $n-m<\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $n^{n}>(m+1)^{m+1}$

D. $n^{m+1}<(m+1)^{n}$

三、填空题：本题共 3 小题.

12. ［2024・福建宁德模拟］对于 $a,b\in\mathbf{R}$，记 $\max\{a,b\}=\begin{cases}a,a\geqslant b,\\b,a<b,\end{cases}$ 则函数 $f(x)=\max\left\{|x+1|,\left(\frac{1}{2}\right)^{x}\right\}$ 的最小值为________.

13. ［2025・安徽合肥一六八中学月考］若函数 $f(x)=|2^{x}-m|+m$ 在 $(-\infty,2]$ 上的最大值为 4，则 m 的取值范围是________.

14. ［2024・淮北一模］设 $f(x)=\begin{cases}e^{-x},x<0,\\e^{x},0\leqslant x\leqslant 1,\\3-x,x>1.\end{cases}$ 若互不相等的实数 x_1,x_2,x_3 满足 $f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)$，则 $x_1f(x_1)+x_2f(x_2)+x_3f(x_3)$ 的取值范围是________.

重点强化练(三)　函数零点问题

一、选择题:本题共 8 小题.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是正确的.

1. 已知函数 $f(x)=\ln x+x-\frac{2}{x}$,则 $f(x)$ 的零点所在的区间为　(　)

A. $\left(\frac{1}{2},1\right)$　B. $(1,2)$

C. $(2,e)$　D. $(e,3)$

2. [2024·河北唐山模拟]"$a\leqslant-2$"是"函数 $f(x)=ax+3$ 在区间 $[-1,2]$ 上存在零点"的　(　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. [2024·广东揭阳模拟]函数 $f(x)=\ln\frac{x-2}{x}+x-1$ 的所有零点之和为　(　)

A. -2　B. -1

C. 1　D. 2

4. 已知方程 $e^x+x-2=0$,$\ln x+x-2=0$ 的根分别为 a,b,则 $a+b$ 的值为　(　)

A. 1　B. 2

C. 3　D. 4

5. [2024·湖南邵阳模拟]已知函数 $f(x)=\begin{cases}|2^x-1|,x\leqslant2,\\5-x,x>2,\end{cases}$ 若方程 $[f(x)]^2-(m+1)f(x)+m=0$ 有 5 个不同的实数根,则实数 m 的取值范围为　(　)

A. $(0,1)\cup(1,3)$　B. $(0,1)$

C. $[0,1)$　D. $(1,3)$

6. [2024·广东深圳模拟]当 $a\geqslant e$ 时,方程 $e^x+x+\ln x=\ln a+\frac{a}{x}$,$x\in[1,+\infty)$ 的根的个数为　(　)

A. 0　B. 1

C. 2　D. 3

7. 若不等式 $(|x-a|-b)\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{6}\right)\leqslant0$,$x\in[-1,1]$ 恒成立,则 $2a+b=$　(　)

A. $\frac{7}{6}$　B. $\frac{5}{6}$

C. $\frac{5}{3}$　D. 2

8. [2024·山东德州模拟]定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x)=f(x+2)$,当 $x\in[0,2]$ 时,$f(x)=(\sqrt{e})^x$,若在区间 $[0,10]$ 内,函数 $g(x)=f(x)-mx-1(m>0)$ 有 5 个零点,则实数 m 的取值范围是　(　)

A. $\left[\frac{e-1}{10},\frac{e-1}{6}\right)$　B. $\left(0,\frac{e^5-1}{10}\right)$

C. $\left(\frac{e-1}{11},\frac{e-1}{6}\right)$　D. $\left(0,\frac{e-1}{10}\right]$

班级

姓名

答题卡

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

二、选择题:本题共3小题.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.

9. 若函数 $f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x+a$ 有3个零点,则实数 a 的值可以是 ( )

A. -10　　B. -9

C. 2　　D. 3

10. [2024·江苏连云港模拟] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\log_2 x|,0<x\leqslant 2,\\ x^2-6x+9,x>2,\end{cases}$ 若方程 $f(x)=k$ 有四个不同的根 x_1,x_2,x_3,x_4 且 $x_1<x_2<x_3<x_4$,则下列结论正确的是 ( )

A. $0<k<1$

B. $2x_1+x_2\geqslant 2\sqrt{2}$

C. $x_1x_2+x_3+x_4=6$

D. $3<x_1+2x_2<\frac{9}{2}$

11. [2024·福建福州模拟] 已知函数 $f(x)=ax(e^x+e^{-x})-e^x+e^{-x}$ 恰有三个零点 x_1,x_2,x_3,且 $x_1<x_2<x_3$,则 ( )

A. $x_1+x_2+x_3=0$

B. 实数 a 的取值范围为 $(0,1]$

C. $ax_1+1>0$

D. $ax_3+a>1$

三、填空题:本题共3小题.

12. [2024·黑龙江哈尔滨模拟] 定义 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数,$\{x\}=x-[x]$.例如:$[-3.2]=-4$,$\{-3.2\}=0.8$,则方程 $2x\{x\}-x-1=0$ 的所有实根之和是________.

13. [2024·福建泉州一模] 已知函数 $f(x)=(x-1)e^x+|e^x-a|$ 有且只有两个零点,则 a 的取值范围为________.

14. [2024·江苏扬州模拟] 已知 $a\in\mathbf{R}$,函数 $f(x)=\begin{cases}|x-1|,x\geqslant 0,\\ -x^2+ax,x<0.\end{cases}$ 当 $a=1$ 时,函数 $y=f[f(x)]$ 有________个零点;若函数 $y=f[f(x)]$ 恰有3个零点,则实数 a 的取值范围为________.

重点强化练(四) 导数的几何意义及其应用

一、选择题:本题共8小题.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是正确的.

1. [2024·福建厦门一模]已知直线l与曲线$y=x^3-x$在原点处相切,则l的倾斜角为 ( )

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{3\pi}{4}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

2. [2025·湖南永州模拟]函数$f(x)=x^2+\ln x$的图象在点(1,1)处的切线方程是 ( )

A. $3x-y-2=0$

B. $2x-y-2=0$

C. $3x+y-2=0$

D. $2x+y-2=0$

3. [2024·四川宜宾三模]若曲线$y=e^x+a$的一条切线方程是$y=x-1$,则$a=$ ( )

A. -2　　B. 1

C. -1　　D. e

4. 已知函数$f(x)=xe^x+1$,过点$P(2,1)$可作曲线$y=f(x)$的切线的条数为 ( )

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

5. [2024·河北邢台一模]如果方程$F(x,y)=0$能确定y是x的函数,那么称这种方式表示的函数是隐函数.隐函数的求导方法如下:在方程$F(x,y)=0$中,把y看成x的函数$y=y(x)$,则方程可看成关于x的恒等式$F(x,y(x))=0$,在等式两边同时对x求导,然后解出$y'(x)$即可.例如:求由方程$x^2+y^2=1(y<0)$所确定的隐函数的导数y',将方程$x^2+y^2=1(y<0)$的两边同时对x求导,则$2x+2y\cdot y'=0$(y是x的函数,需要用复合函数的求导法则求导),得$y'=-\frac{x}{y}(y<0)$.利用隐函数求导方法可求得曲线$xy+\ln y=2$在点(2,1)处的切线方程为 ( )

A. $x-3y+1=0$

B. $x+3y-5=0$

C. $3x-y-5=0$

D. $2x+3y-7=0$

6. 已知函数$f(x)=\begin{cases}x^2+5x, x\geq 0,\\ -e^x+1, x<0.\end{cases}$若$f(x)\geq kx$恒成立,则$k$的取值范围是 ( )

A. $(-\infty,0]$　　B. $(-\infty,5]$

C. $(0,5]$　　D. $[0,5]$

7. 已知$m>0,n>0$,直线$y=\frac{1}{e}x+m$(m为常数)与曲线$y=\ln x-n+4$(n为常数)相切,则$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$的最小值是 ( )

A. 4　　B. 3

C. 2　　D. 1

8. [2025·山东新高考联合质检联考]若过点$(1,m)$可以作函数$y=(x+1)e^x$的图象的三条切线,则实数m的取值范围是 ( )

A. $(-4e^{-2},0)$

B. $(-6e^{-3},0)$

C. $(-6e^{-3},2e)$

D. $(e,2e)$

二、选择题:本题共3小题.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.

9. 已知函数$f(x)=x^3-3x^2+1$的图象在点$(m,f(m))$处的切线为l_m,则 ( )

A. l_m的斜率的最小值为-2

B. l_m的斜率的最小值为-3

C. l_0的方程为$y=1$

D. l_{-1}的方程为$y=9x+6$

10. 已知直线$y=kx(k>0)$交曲线$y=e^x$于$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$两点,其中$x_1<x_2$,O为坐标原点,过A,B分别作曲线$y=e^x$的切线,斜率分别为k_1,k_2,则 ( )

A. k的取值范围是$(e,+\infty)$

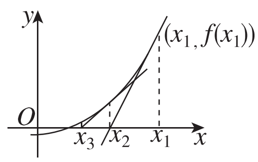
B. 存在$k\in(0,+\infty)$,使A为OB的中点

C. $y_1+y_2>2e^{\frac{x_1+x_2}{2}}$

D. 存在$k\in(0,+\infty)$,使两条切线互相垂直

班级
姓名
答题卡
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

11. ［2024·长沙一模］英国著名物理学家牛顿用"作切线"的方法求函数零点.如图，在横坐标为x_1的点处作$f(x)$的图象的切线，切线与x轴交点的横坐标为x_2，用x_2代替x_1重复上面的过程得到x_3，一直进行下去，得到数列$\{x_n\}$，叫作牛顿数列.若函数$f(x)=x^2-x-6$，$a_n=\ln\frac{x_n+2}{x_n-3}$，且$a_1=1$，$x_n>3$，数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，则下列说法正确的是（　　）



A. $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

B. 数列$\{a_n\}$是递减数列

C. 数列$\{a_n\}$是等比数列

D. $S_{2025}=2^{2025}-1$

三、填空题：本题共3小题.

12. ［2025·江苏无锡模拟］曲线$y=\frac{\sin x}{x}$在点$M(-\pi,0)$处的切线方程为________.

13. ［2025·广东深圳中学模拟］若直线$y=kx+b$（k,b为常数）与函数$y=e^{x-1}$和$y=e^x-2$的图象都相切，则$b=$________.

14. 已知A,B分别是曲线$y=\ln x-\frac{1}{x}$和直线$y=2x$上的点，则$|AB|$的最小值为________.

四、解答题：本题共3小题，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. ［2025·武汉模拟］已知$f(x)=f'(1)x^2-x+2\ln x$.

(1)求$f'(1)$并写出$f(x)$的表达式；

(2)记$g(x)=\frac{1}{2}[f(x)+x^2+x]+a$，若曲线$y=e^x+2x$在点$(0,1)$处的切线也是曲线$y=g(x)$的切线，求$a$的值.

16. 已知函数$f(x)=2x\ln x-\frac{x^3}{3}+x-1$.

(1)求曲线$y=f(x)$在$x=1$处的切线方程；

(2)若曲线$y=f(x)$在点A处的切线为l_1，函数$g(x)=e^x-e^{-x}$的图象在点B处的切线为l_2，$l_1/\!/l_2$，求直线AB的方程.

17. 已知函数$f(x)=\ln x$，$g(x)=2e^x$.

(1)若直线$y=kx+b$为曲线$y=g(x)$的一条切线，求出b与k的函数关系式；

(2)当$m>1$时，过点$(m,f(m))$的曲线$y=f(x)$的切线l也与曲线$y=g(x)$相切，试求直线l的条数.

解答题:本题共5小题,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

1. [2024·湖南益阳二模]已知 a,b 为正实数,函数 $f(x)=\dfrac{\ln x}{ax+b}$,曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y=\dfrac{1}{2}(ax-b)$.

(1)求 $a+b$ 的值;

(2)求证:$f(x)\geqslant\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{1}{x}$.

2. [2023·新课标Ⅰ卷]已知函数 $f(x)=a(e^x+a)-x$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)证明:当 $a>0$ 时,$f(x)>2\ln a+\dfrac{3}{2}$.

3. 已知函数 $f(x)=\ln x+ax^2+3(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=-\dfrac{1}{2}$ 时,求函数 $f(x)$ 的极值;

(2)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(3)当 $a=0$ 时,若 $xf(x)>kx-k+2,x\in(1,+\infty)$ 恒成立,求整数 k 的最大值.

演算区域

4.［2024·广东佛山二模］已知 $f(x)=-\frac{1}{2}e^{2x}+4e^{x}-ax-5$.

(1)当 $a=3$ 时,求 $f(x)$的单调区间;

(2)若 $f(x)$有两个极值点 x_1,x_2,证明:$f(x_1)+f(x_2)+x_1+x_2<0$.

5.［2025·辽宁东北育才中学月考］在高等数学中,$y=f(x)$在 $x=x_0$ 处及其附近可以用一个多项式函数近似表示,具体形式为 $f(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\cdots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+\cdots$(其中 $f^{(n)}(x)$表示 $f(x)$的 n 次导数),以上公式我们称为函数 $f(x)$在 $x=x_0$ 处的泰勒展开式.

(1)分别求 $y=e^x$,$y=\sin x$,$y=\cos x$ 在 $x=0$ 处的泰勒展开式;

(2)若上述泰勒展开式中的 x 可以推广至复数,证明:$e^{i\pi}+1=0$(其中 i 为虚数单位);

(3)当 $x\in\left(0,\frac{3}{2}\right)$时,求证:$e^{\sin x}>x+1$.

参考数据:$\ln\frac{5}{2}\approx0.916$.